

## „Euler-Quadrate“ – „Magische Quadrate“

### Zahlcodierung im Vierersystem

Die natürlichen Zahlen 0 bis 15 sollen mit Hilfe von nur 4 Ziffern (0; 1; 2 und 3) verschlüsselt werden. Dazu reicht ein zweistelliger Code (nm) aus. Die Kodierung errechnet sich dabei wie folgt:  $\text{Zahl} = n \cdot 4 + m \cdot 1$  mit  $n, m \in \{0; 1; 2; 3\}$ .

Zahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Code	00	01	02	03	10	11	12	13	20	21	22	23	30	31	32	33

Bsp.: Zahl 14 =  $3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \rightarrow$  Code 32

Mathematisch betrachtet entspricht der Vorgang der Kodierung der Umwandlung einer Zahl unseres Zehnersystems (Dezimalsystems) ins Vierersystem:  $14 = (32)_4$

### Verschlüsselung mit „Kopf und Hut“

- Man nehme 4 „Köpfe“ und nummeriere sie mit 0; 1; 2 und 3.
- Man nehme 4 Hüte und nummeriere sie mit 0; 1; 2 und 3.
- Man kombiniere jeden „Kopf“ mit jedem der Hüte.
- Man interpretiere jedes Paar „Kopf mit Hut“ als Zahl im Vierersystem.

Fertig ist die Verschlüsselung der Zahlen von 0 bis 15.



$$0 \cdot 4 + 0 \cdot 1 = 0$$

$$0 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 1$$

$$0 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 2$$

$$0 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 3$$



$$1 \cdot 4 + 0 \cdot 1 = 4$$

$$1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 5$$

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 6$$

$$1 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 7$$



$$2 \cdot 4 + 0 \cdot 1 = 8$$

$$2 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 9$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 10$$

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 11$$



$$3 \cdot 4 + 0 \cdot 1 = 12$$

$$3 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 13$$

$$3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 14$$

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 15$$

### Aufgabe 1:

a) Lege ein Euler-Quadrat aus folgenden Bildern:



b) Übersetze den Code in Zahlen des Zehnersystems.

c) Zeige, dass das Euler-Quadrat „magisch“ ist.

Hinweis: Eventuell musst du am Ende noch Spalten (oder Zeilen) vertauschen.

Lösung (Bsp).:



Euler-Quadrat



Magisches Quadrat

**00 11 22 33**  
**32 23 10 01**  
**13 02 31 20**  
**21 30 03 12**

Zahlen im Vierersystem

**0 5 10 15**  
**14 11 4 1**  
**7 2 13 8**  
**9 12 3 6**

Zahlen im Dezimalsystem

Drei Stufen höher: Kalenderblatt: „7 Hüte – 7 Köpfe“  
Kodierung im 7er-System



Euler-Quadrat

00	15	23	32	46	54	61
11	26	04	43	30	65	52
22	50	45	64	01	36	13
33	41	56	05	62	10	24
44	02	60	16	53	21	35
55	63	31	20	14	42	06
66	34	12	51	25	03	40

Zahlen im 7er-System

Magisches Quadrat

0	12	17	23	34	39	43
8	20	4	31	21	47	37
16	35	33	46	1	27	10
24	29	41	5	44	7	18
32	2	42	13	38	15	26
40	45	22	14	11	40	6
48	25	9	36	19	3	28

Zahlen im Dezimalsystem

Bsp. zur Umwandlung:  $(56)_7 = 5 \cdot 7 + 6 \cdot 1 = 41$

## Aufgabe 2:

- a) Jedes Euler-Quadrat lässt sich auf diese Art in ein magisches Quadrat überführen (bei dem man dann ggf. noch Spalten (oder Zeilen) so vertauschen muss, dass auch die Diagonalen-Summe die magische Zahl ergibt).  
→ Probiere es mit einem Euler-Quadrat der Ordnung 5 aus.
- b) Die Umkehrung gilt nicht. Nicht jedes magische Quadrat lässt sich auf die oben beschriebene Art in ein Euler-Quadrat umwandeln.  
→ Probiere es am besten mit einem magischen Quadrat der Ordnung 6 aus ;-)

Hinweis: Hast du Probleme mit Aufgabe 2 b), dann lies die „Hilfe“-Seiten des folgenden Links: [http://www.spektrum.de/blatt/d\\_sdwv\\_euler&z=798888](http://www.spektrum.de/blatt/d_sdwv_euler&z=798888)